

« I REQUISITI DI
RIPETIBILITÀ E RIPRODUCIBILITÀ »

Premessa

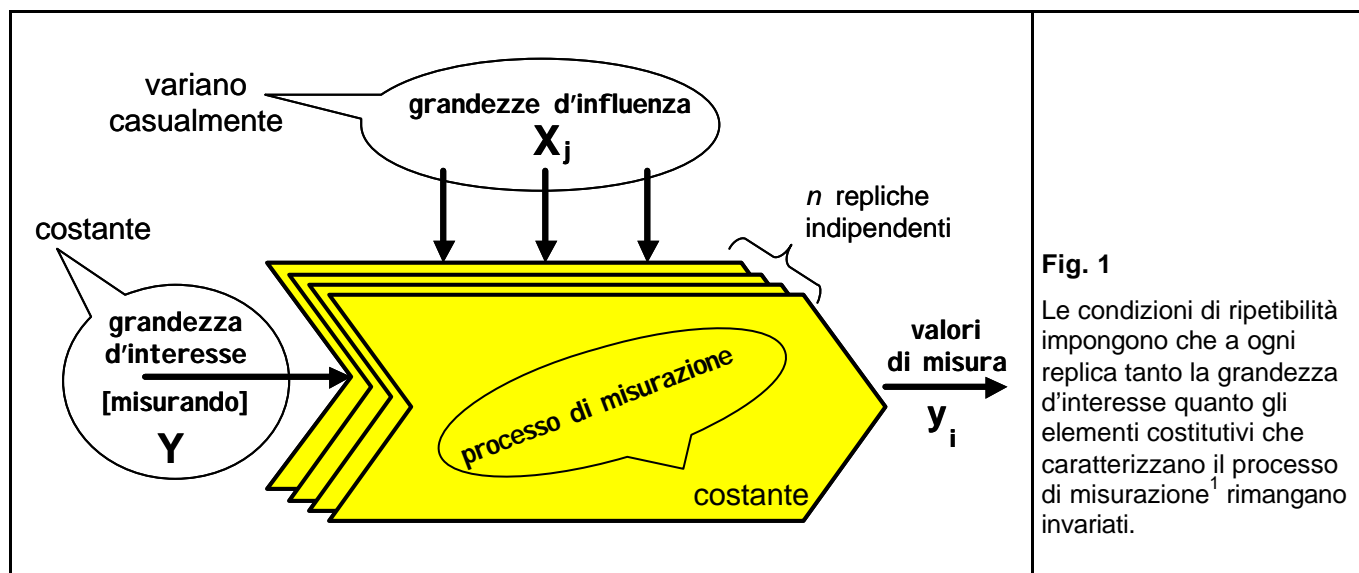
Il testo che segue è adattato dal volume: **La Metrologia della Produzione nella gestione industriale della qualità** di Bruno I. Rebaglia (in corso di pubblicazione).

Una caratteristica fondamentale che ci consente di valutare l'efficienza di un qualunque processo (qualsiasi ne sia la natura, da quelli produttivi a quelli di misurazione – ai quali siamo qui interessati - fino a quelli che attengono alla nostra vita di tutti i giorni, come viaggiare in treno o inviare un telegramma) consiste nella maggiore o minore possibilità che il processo stesso ci consente di prevederne il comportamento rispetto alle finalità attese.

Consideriamo per esempio il seguente processo: «recapitare un telegramma», il quale fa parte del più generale insieme dei processi di trasmissione dell'informazione. È evidente che tra le numerose proprietà che lo caratterizzano (quanto costa, quali procedure per avviarne l'esecuzione, ecc.) quella fondamentale riguarda la possibilità di prevederne il comportamento: quanto tempo intercorre tra la spedizione e il recapito al destinatario. Supponendo di voler utilizzare il processo per informare un amico del nostro arrivo per l'ora di cena, la capacità di formulare qualche previsione su come evolverà il processo rispetto all'esito atteso ci aiuta a decidere quando far partire il telegramma al fine di non rischiare di arrivare senza preavviso! Al di là della banalità di questa affermazione, è assolutamente vero che essere in grado di 'affermare qualcosa' su quello che potrà essere il risultato che ci aspettiamo di ottenere da un processo ogni qual volta lo mandiamo in esecuzione è fondamentale: in mancanza di ciò il processo risulterebbe del tutto inutilizzabile.

La caratteristica di un processo che si riferisce alla possibilità di prevederne il comportamento ad ogni successiva esecuzione prende il nome di **ripetibilità**.

È possibile definire un metodo sperimentale, o studio, che consente di analizzare il comportamento di un processo di misurazione e fornire un indicatore della sua ripetibilità. Lo studio richiede che il processo di misurazione sia eseguito nelle cosiddette "condizioni di ripetibilità", illustrate in Figura 1. Data la possibilità di operare scelte differenti, per ogni studio devono essere definite con cura le condizioni di ripetibilità adottate.



Consideriamo per esempio il processo di misurazione della tensione localizzata ai morsetti di una data rete elettrica. Al fine di valutare la ripetibilità del processo dovremo effettuare una serie di n repliche indipendenti del processo di misurazione, specificando le condizioni di ripetibilità adottate, assicurando che queste siano rispettate a ogni replica e registrando i corrispondenti valori di misura ottenuti. Si definisce 'replica indipendente' la

¹ Si tratta della procedura, dell'allestimento e delle apparecchiature per misurazione; per maggiori dettagli si veda l'Approfondimento "Misura e misurazione".

riesecuzione completa della procedura prevista dal processo: nel caso della misurazione di tensione ciascuna replica indipendente comprende le operazioni di pulizia dei morsetti, collegamento al voltmetro, stabilizzazione dell'indicazione, lettura o acquisizione del dato, ecc. Affinché le condizioni di ripetibilità siano definite occorre indicare quali elementi del processo di misurazione, oltre alla rete elettrica osservata, non devono essere cambiati nel corso delle repliche; tipicamente si consiglia di lasciare inalterati:

- la sequenza delle operazioni previste dalla procedura,
- l'allestimento sperimentale adottato – comprendente sia l'operatore che effettua l'osservazione sia l'ambiente nel quale egli opera - ,
- l'apparecchiatura per misurazione impiegata.

L'esecuzione di un numero n di repliche di un processo (il quale, teoricamente, potrebbe essere replicato un numero infinito di volte) in statistica prende il nome di *campionamento*; l'insieme degli n risultati di misura ottenuti prende il nome di *campione di numerosità n* ; si dirà inoltre che tale campione è stato estratto dalla *popolazione* dei valori di misura che si otterrebbero replicando infinite volte il processo di misurazione nelle condizioni di ripetibilità indicate. La statistica mostra che per i processi di misurazione la distribuzione della popolazione dei valori di misura generalmente può essere descritta mediante una funzione 'a campana' (distribuzione gaussiana o normale), la quale è completamente determinata mediante due parametri: il valore atteso μ e lo scarto tipo s , definiti in Figura 2²

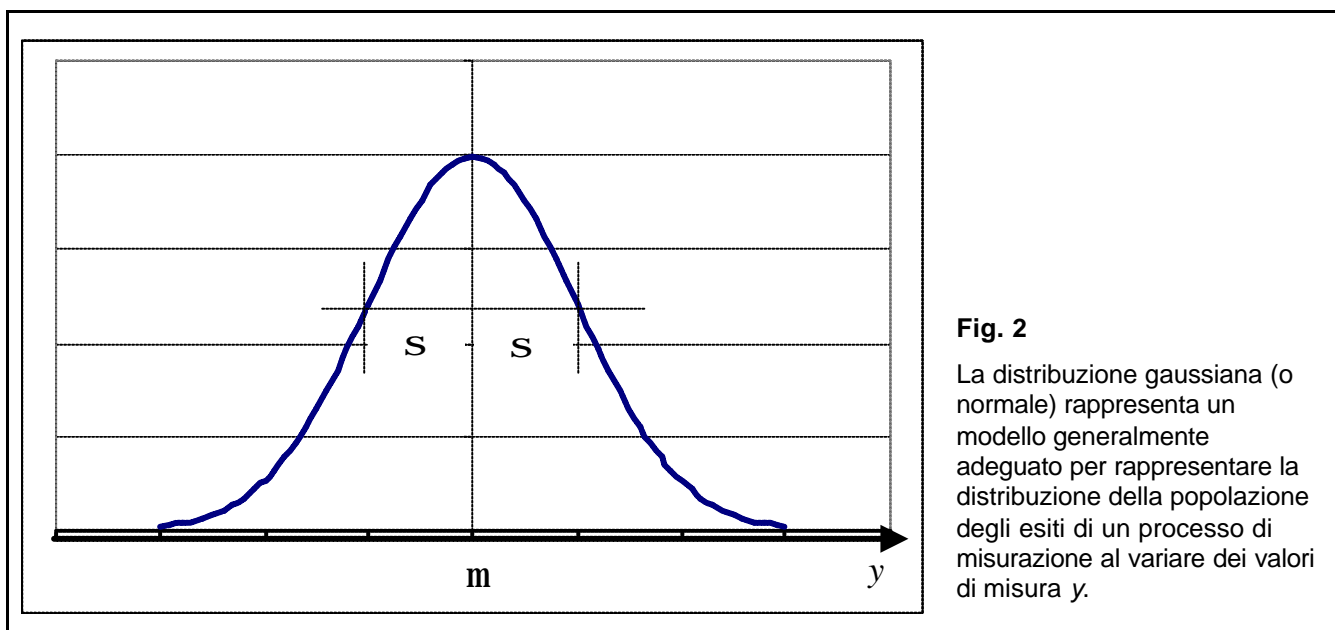


Fig. 2
La distribuzione gaussiana (o normale) rappresenta un modello generalmente adeguato per rappresentare la distribuzione della popolazione degli esiti di un processo di misurazione al variare dei valori di misura y .

Il valore atteso e lo scarto tipo della popolazione non possono essere conosciuti (poiché non è possibile effettuare infinite repliche del processo); tuttavia essi possono essere stimati, al termine del campionamento, calcolando :

- la media sperimentale $\bar{y} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n y_i$ che stima μ
- lo scarto tipo sperimentale $s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (\bar{y} - y_i)^2}$ che stima s

² Per maggiori dettagli si veda l'Approfondimento "Concetti statistici per la metrologia".

Nella Figura 3 sono riportati i risultati del campionamento del processo di misurazione della tensione elettrica, per un campione di numerosità $n = 30$, con i risultati del calcolo della media e dello scarto tipo sperimentali.

i	y_i [V]	i	y_i [V]
1	1,9280	16	1,9449
2	1,9792	17	2,0265
3	1,9064	18	1,9453
4	2,0770	19	2,0270
5	1,9901	20	2,0008
6	2,0592	21	2,0784
7	2,0509	22	2,0333
8	2,0855	23	1,9114
9	2,0270	24	1,9809
10	1,9024	25	1,9818
11	2,0070	26	1,9523
12	1,9691	27	1,9916
13	2,0493	28	2,0653
14	2,0108	29	2,0074
15	1,9057	30	1,9815
		\bar{y} [V]	1,9959
		s [V]	0,055

Fig. 3

Campione estratto dalla popolazione dei possibili risultati di un processo di misurazione di una tensione data; stima sperimentale del valore atteso e dello scarto tipo della popolazione.

Lo scarto tipo sperimentale calcolato a partire da un campione di n repliche indipendenti di un processo di misurazione applicato a un dato misurando e mantenuto in condizioni di ripetibilità definite fornisce un indicatore per stimare in generale la caratteristica di ripetibilità del processo quando opera nelle condizioni indicate: è infatti ragionevole ritenere che il comportamento del processo di misurazione - valutato mediante l'effettuazione dello studio su un particolare misurando - non si discosti in maniera significativa dal suo comportamento per ogni altro misurando assimilabile³. L'indicatore può risultare particolarmente utile sia per confrontare processi di misurazione diversi che potrebbero essere impiegati in alternativa per acquisire lo stesso tipo di informazione su una grandezza caratteristica di un prodotto o di un processo produttivo, sia per valutare se un dato processo di misurazione è idoneo a fornire l'informazione attesa.

Processi di misurazione tra loro alternativi, in quanto capaci di fornire informazioni sullo stesso tipo di grandezza fisica, se sottoposti al medesimo studio possono risultare caratterizzati da indicatori di ripetibilità significativamente differenti a causa di una diversa sensibilità ai rispettivi fattori d'influenza che, nelle condizioni di ripetibilità, sono lasciati variare casualmente nell'ambito di ciascuna replica. I fattori d'influenza sono costituiti da altrettante grandezze fisiche, condizioni di stato e modi di essere che determinano il comportamento dei vari elementi costitutivi di un processo di misurazione; la Figura 4 mostra un diagramma "causa-effetto" nel quale sono evidenziate, per ciascun elemento costitutivo del processo, le cause principali che danno luogo ai fattori d'influenza

³ Questa affermazione è tanto più vera quanto maggiormente il campione considerato nello studio è rappresentativo di tutti i possibili comportamenti del processo nelle condizioni di ripetibilità adottate. La rappresentatività dipende dalla numerosità del campione e dalla effettiva indipendenza delle repliche effettuate.

che generano variazioni del valore di misura ottenuto in ciascuna replica, per quanto essa sia eseguita in condizioni di ripetibilità.

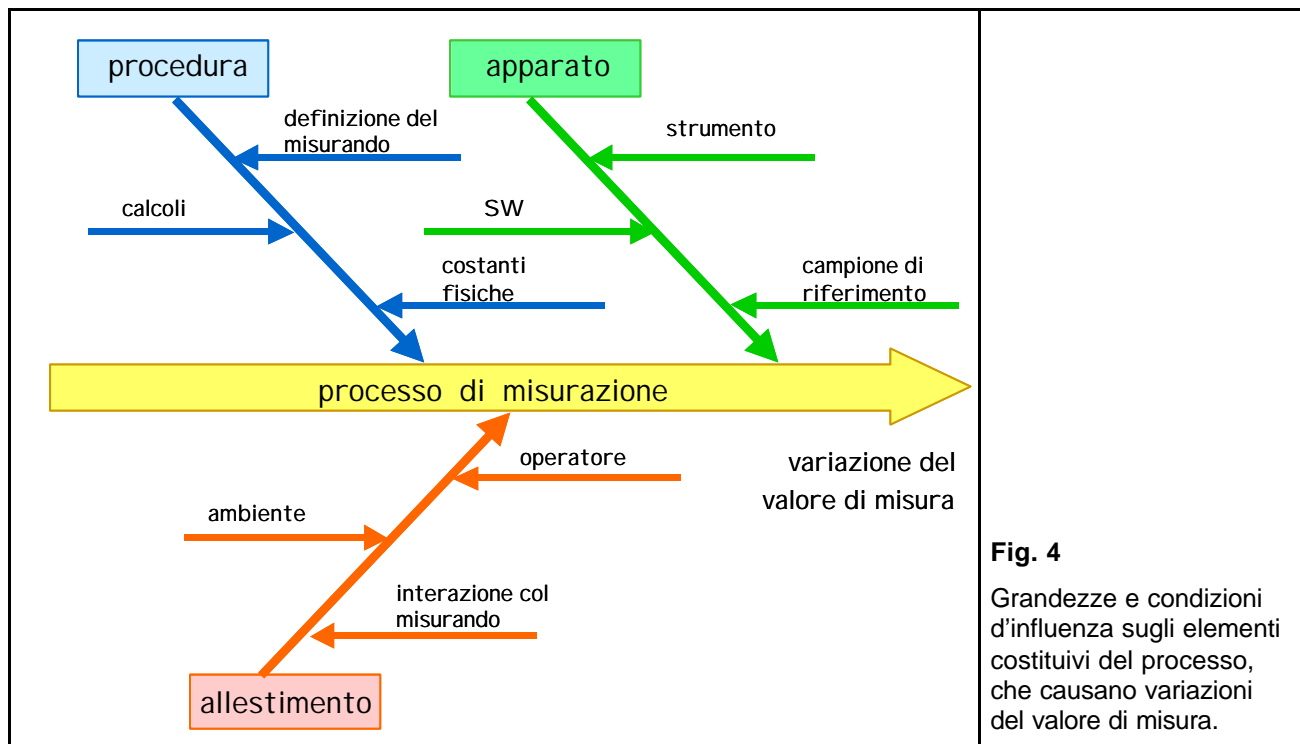


Fig. 4
 Grandezze e condizioni d'influenza sugli elementi costituiti del processo, che causano variazioni del valore di misura.

Esaminiamo brevemente tali cause. Nell'ambito dell'elemento costitutivo procedurale, un'importante causa di variabilità del risultato è legata a una carente definizione della grandezza da osservare: se per esempio la grandezza d'interesse è il diametro di un foro, lasciare indeterminate nella procedura la direzione e profondità di osservazione provoca, in presenza di possibili lobature o conicità dell'elemento materiale, una variazione dei risultati proposti [in quanto a ogni replica indipendente sul medesimo particolare può accadere di osservare un diametro effettivamente diverso]. In molti processi di misurazione la procedura prevede un metodo di misurazione indiretto, e il risultato proposto è frutto di calcolo: per esempio, si possono misurare caduta di tensione, corrente erogata e angolo di fase al fine di conoscere la potenza attiva e reattiva entrante in un bipolo; modalità di formulazione ed esecuzione dei calcoli possono generare una variazione dei risultati proposti [in quanto a ogni replica si possono commettere errori o assumere decisioni scorrette]. Talora nelle formule di calcolo può essere necessario far intervenire una costante fisica: per esempio, occorre impiegare un valore per l'accelerazione di gravità locale al fine di conoscere la forza peso, avendo osservato la massa di un particolare; anche questa circostanza potrebbe, in linea di principio, originare una variazione dei risultati proposti [in quanto in momenti diversi il valore utilizzato nei calcoli per la costante potrebbe cambiare in corrispondenza di una diversa scelta della fonte dalla quale esso viene ricavato].

Nell'ambito dell'elemento costitutivo legato all'allestimento sperimentale, qualunque osservazione di una grandezza fisica non può esimersi da una interazione con l'elemento osservato: per esempio, il valore non infinito dell'impedenza d'ingresso di qualsiasi voltmetro altera la distribuzione delle cadute di tensione in una rete elettrica nella quale esso venga inserito; a causa delle modalità e dell'entità di tali interazioni si genera una variazione dei risultati proposti, la quale può risultare diversa a ogni replica. Le condizioni ambientali nelle quali l'osservazione sperimentale viene condotta hanno notevole influenza sul risultato; si pensi all'impatto della temperatura sulle

misure dimensionali di particolari metallici, all'influenza dell'umidità nelle misure di massa di materiali igroscopici, all'influenza delle vibrazioni del terreno nelle misure geodetiche con metodi di puntamento ottici; anche in questo caso le modalità e l'entità dell'interazione con la grandezza da osservare [che possono essere diverse a ogni replica] determinano una variazione dei risultati proposti. Discorso del tutto analogo per quanto riguarda l'influenza legata agli aspetti dell'osservazione sperimentale connessi all'intervento più o meno diretto dell'operatore umano [che è sempre lo stesso, in condizioni di ripetibilità, ma il cui comportamento ad ogni replica è fonte di variabilità degli esiti del processo]. Infine, nell'ambito dell'elemento costitutivo legato all'apparato strumentale, le caratteristiche metrologiche della stessa apparecchiatura per misurazione⁴ sono tali da generare variabilità nel risultato proposto: si consideri, per esempio, l'influenza su tale variabilità legata alla risoluzione della scala negli strumenti ad indice, ovvero al numero di cifre limitato negli strumenti con lettura digitale. In questi ultimi, l'eventuale elaborazione *software* del dato ottenuto mediante conversione da analogico a digitale del segnale osservato determina un'ulteriore possibile variazione del risultato proposto, causata dal numero limitato di *bit* impiegati e dagli eventuali troncamenti introdotti nell'elaborazione. Non va infine dimenticato che in qualunque strumento di misura il valore di lettura deriva più o meno direttamente da un confronto tra la grandezza fisica osservata e il valore di un campione di riferimento interno allo strumento stesso (per esempio, la scala tracciata sul tamburo della vite di un micrometro, l'oscillatore al quarzo di un frequenzimetro, ecc.); eventuali derive o alterazioni del campione interno sono quindi origine di variazioni dei risultati che il processo propone a ogni replica.

Quanto detto a proposito dei fattori d'influenza mostra chiaramente come, nella gestione di un processo di misurazione, ciascuno di questi, seppure in misura diversa, possa essere considerato 'controllabile' oppure 'non controllabile'. L'attribuzione all'una o all'altra categoria è responsabilità del metrologo, il quale definisce gli elementi costitutivi e le modalità operative del processo: 'controllare' un fattore d'influenza significa infatti introdurre negli elementi costitutivi del processo (procedura, allestimento e apparato strumentale) modalità operative che consentano di riconoscere e definire il fattore stesso e gestirlo secondo opportune direttive, tali da migliorare la possibilità di prevedere l'esito finale. Per esempio, fissare nella procedura la direzione di osservazione per la misurazione di una caratteristica dimensionale di un particolare meccanico; stabilire il valore più opportuno per una costante fisica che interviene nei calcoli; limitare l'escursione termica dell'ambiente nel quale la misurazione può essere eseguita; ecc. ecc. Un fattore controllato rimane nominalmente costante ogni volta che il processo viene ripetuto⁵, mentre un fattore lasciato tra quelli 'non controllabili' interviene in modo apparentemente casuale, variando l'esito finale e condizionando la possibilità di formulare previsioni sul comportamento del processo. Scelte diverse determinano così una differenza tra gli indicatori di ripetibilità che si possono stimare sottoponendo al medesimo studio i rispettivi processi. Naturalmente spostare un fattore d'influenza dalla classe dei 'non controllati' a quella dei 'controllati' implica aggiungere costi alla progettazione, realizzazione e mantenimento del processo, per cui il metrologo deve operare un bilanciamento tra le esigenze economiche e quelle di assicurare la migliore predicibilità degli esiti.

Questa considerazione merita un ulteriore approfondimento. Ritorniamo al processo di trasmissione dell'informazione connesso con la spedizione del telegramma: potremmo ritenere idoneo per il nostro scopo (e

⁴ Per maggiori dettagli si veda l'Approfondimento "Conferma metrologica degli strumenti di misura".

⁵ Va comunque sottolineato che ciascun fattore d'influenza non cessa di essere tale anche quando si struttura il processo in modo tale da portarlo tra i fattori controllati: la sua influenza può risultare più o meno ridotta in funzione delle modalità operative e di gestione adottate, ma essa non scompare, e permane l'effetto sulla predicibilità del risultato della misurazione. Per maggiori dettagli e ulteriori considerazioni si veda l'Approfondimento "Il requisito di conoscenza dell'incertezza".

pertanto soddisfacente) un processo di trasmissione che ci consentisse di prevedere che, se dettiamo il testo alle 9 di mattina, l'informazione è certamente arrivata a destinazione per l'ora di cena: tutte le volte che ci trovassimo ad utilizzare quel medesimo processo sapremmo come comportarci. Se consideriamo ora un processo di trasmissione simile, utilizzato non già per definire un invito a cena, bensì per regolare – ad esempio - l'immissione delle barre di grafite in un reattore nucleare in presenza di allarme, non ci basta sapere che l'informazione inviata arriva certamente a destinazione entro 12 ore (magari una prima volta il telegramma è arrivato addirittura per mezzogiorno, mentre un'altra volta ha raggiunto il nostro amico alle 7 di sera, ma per l'invito a cena va comunque sempre bene). A fronte di ragioni decisamente più importanti e 'vitali', nel caso del reattore vogliamo essere sicuri di poter prevedere che se in una data circostanza l'informazione di allarme è arrivata agli attuatori del sistema di regolazione entro – mettiamo - 12 minuti (e su questo risultato abbiamo messo a punto le modalità di intervento in sicurezza), allora ogni qual volta lo stato di allarme abbia a ripetersi il processo di trasmissione si svolga ancora in un intervallo di tempo pari a 12 minuti, con uno scarto molto ma molto piccolo: in caso contrario ogni regolazione del reattore sarebbe inefficace (sia in presenza di forti anticipi, sia di elevati ritardi). Evidentemente il giudizio di idoneità e la soddisfazione legati alla ripetibilità del processo sono del tutto relativi, e si basano sempre sugli scopi che si prefigge chi ne utilizza gli esiti. Nel caso dei processi di misurazione, il valore di misura è utilizzato come elemento quantitativo nell'ambito di un procedimento decisionale⁶: gli sforzi economici e gestionali per assicurare un determinato livello di ripetibilità del processo devono pertanto essere commisurati al valore che si attribuisce a tali decisioni.

Il requisito di un processo di misurazione che si riferisce all'incidenza che un fattore d'influenza esercita sul livello di ripetibilità (e quindi definisce la sensibilità del processo al fattore in questione) prende il nome di **riproducibilità** del processo rispetto al fattore d'influenza considerato. La conoscenza della riproducibilità del processo di misurazione rispetto a un fattore d'influenza consente al metrologo di valutare l'opportunità di controllare in modo più o meno rigido tale fattore, nonché di stabilire – nelle condizioni operative adottate - quale può essere il limite per la ripetibilità, ovvero la prestazione di base, del processo stesso.

Consideriamo i seguenti esempi:

1. Nelle attività di metrologia fondamentale svolte dagli Istituti Metrologici Primari (IMP)⁷ un processo essenziale è costituito dalla realizzazione - o messa in pratica - dei campioni delle unità SI, conformemente alle loro definizioni. Il processo di realizzazione del campione è attuato in modo indipendente da due o più IMP: ognuno esegue una o più repliche del processo di realizzazione. Ovviamente i risultati ottenuti differiscono tra loro, e – escludendo la presenza di errori realizzativi – uno dei fattori d'influenza che danno origine a tale variabilità è rappresentato dall'intervento di più laboratori distinti e indipendenti. Con riproducibilità della realizzazione del campione di una unità si intende proprio il contributo che il diverso comportamento di ciascuno degli IMP porta alla ripetibilità globale del processo di realizzazione; in questo caso la riproducibilità rappresenta il limite riconosciuto a livello internazionale per la realizzazione del campione dell'unità considerata⁸.

⁶ Nel contesto produttivo manifatturiero questo significa pervenire -sulla base dei valori di misura- a una decisione circa la conformità, la non conformità o la difettosità del prodotto o del processo produttivo in atto. Per maggiori dettagli sui criteri da adottare per esprimere il giudizio di idoneità rispetto allo scopo prefissato per un dato processo di misurazione si veda l'Approfondimento "Indici di capacità".

⁷ Per maggiori dettagli si veda l'Approfondimento "Metrologia in breve".

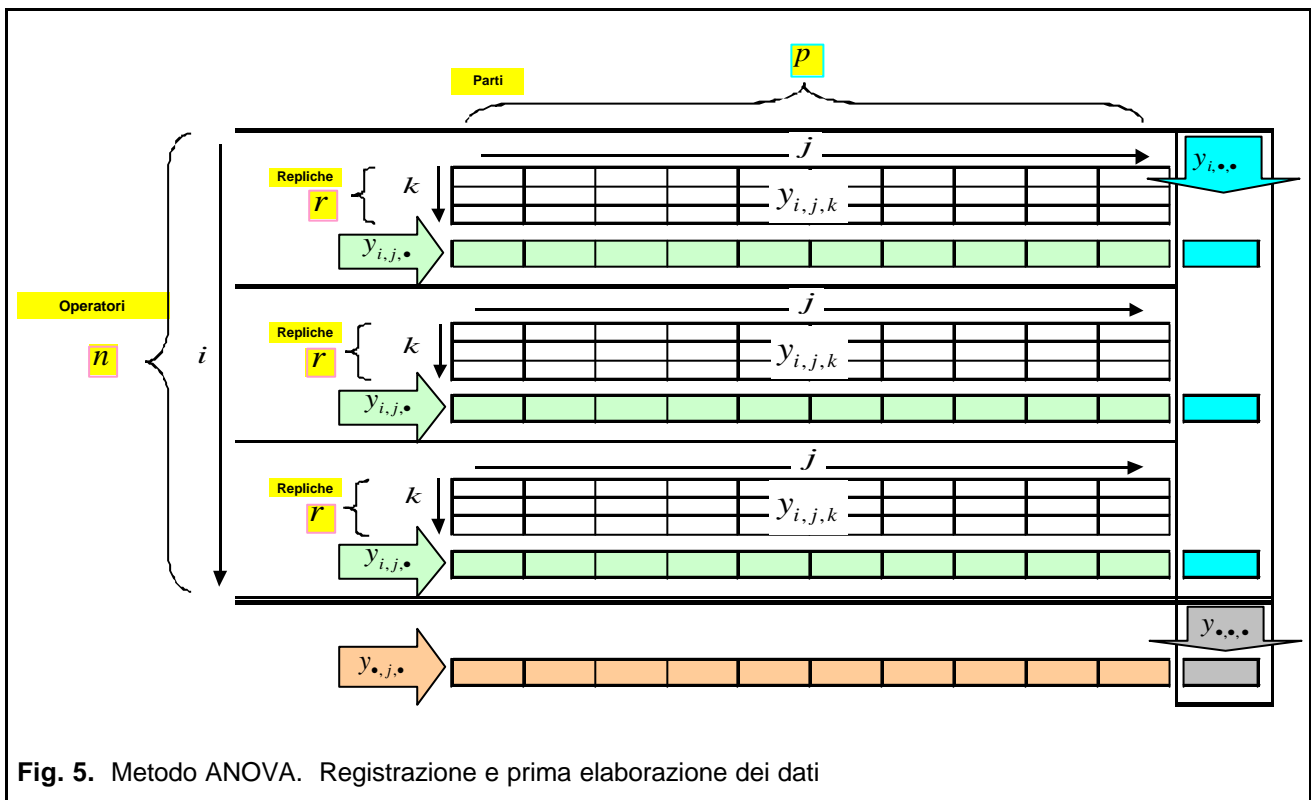
⁸ La variabilità degli esiti del processo di realizzazione del campione non può essere inferiore alla riproducibilità così definita, anche se, teoricamente, ciascun IMP potesse annullare la variabilità che caratterizza la propria realizzazione. Per ulteriori considerazioni in merito si veda l'Approfondimento "I requisiti di accuratezza e riferibilità".

2. Nelle attività di verifica delle tolleranze dimensionali su manufatti meccanici prodotti in serie, alcuni semplici processi di misurazione dimensionale sono affidati agli stessi operatori che eseguono la lavorazione: il processo di misurazione è unico, poiché l'obiettivo è quello di decidere se i pezzi prodotti sono conformi a una tolleranza data e possono proseguire il ciclo di lavorazione, ma esso è affidato ai diversi operatori che si alternano nei turni produttivi. La riproducibilità del processo di misurazione rispetto all'operatore rappresenta il contributo che la diversità di comportamento di ciascuno porta alla ripetibilità globale del processo.

È possibile definire un metodo sperimentale, o studio, che consente di analizzare il comportamento di un processo di misurazione e fornire un indicatore della sua riproducibilità. Esso si basa su una tecnica di analisi statistica denominata 'analisi della varianza', nota con la sigla ANOVA. Esamineremo come si applica tale metodo, prendendo spunto dall'esempio n. 2 e calcolando separatamente l'indicatore di riproducibilità rispetto all'operatore e l'indicatore di ripetibilità residua per il processo di misurazione considerato.

Lo studio prevede che ciascuno degli n operatori coinvolti applichi il processo di misurazione su p parti diverse tratte dall'insieme dei manufatti generati dal processo di lavorazione⁹, replicandolo r volte per ciascuna parte.


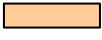


L'insieme dei dati sperimentali si organizza in una tabella, come indicato nella Figura 5.



Nello schema si osservano le seguenti caselle:

	$n \cdot p \cdot r$ caselle nelle quali sono inseriti i valori di misura delle singole misurazioni eseguite da ciascun operatore su ciascuna parte in occasione di ciascuna replica effettuata.
--	---

⁹ I manufatti -nominalmente identici tra loro- dovrebbero essere tutti compresi entro i limiti di tolleranza fissati dal disegno tecnico per la proprietà dimensionale considerata; pertanto ciascuno di essi materializza in effetti un differente valore del misurando.

	$n \cdot p$ caselle nelle quali sono inserite le somme dei valori di misura ottenuti da ciascun operatore su ciascuna parte in occasione delle r repliche effettuate.
	p caselle nelle quali sono inserite le somme di tutti i risultati di misura ottenuti su ciascuna parte dagli n operatori in occasione delle r repliche effettuate.
	n caselle nelle quali sono inserite le somme dei risultati di misura ottenuti da ciascun operatore su tutte le p parti in occasione delle r repliche effettuate.
	1 casella nella quale è inserita la somma di tutti i risultati di misura ottenuti da tutti gli operatori su tutte le parti in occasione di tutte le repliche effettuate.

Il contenuto y di ciascuna casella è contraddistinto da 3 pedici:

- i (un numero compreso tra 1 e n , con $n \geq 2$) individua l'operatore che ha prodotto il risultato;
- j (un numero compreso tra 1 e p , con $p \geq 5$) individua la parte che è stata misurata;
- k (un numero compreso tra 1 e r , con $r \geq 3$) individua la replica alla quale si riferisce il risultato.

Un punto al posto di una lettera nel pedice indica che in quelle caselle il contenuto y è la somma effettuata su tutti valori che può assumere il pedice in questione.

Il metodo consente di valutare separatamente l'influenza sulla variabilità totale riscontrata nel corso delle $n \cdot p \cdot r$ osservazioni dovuta all'alternarsi degli operatori, alla ripetibilità residua del processo di misurazione, all'eventuale interazione tra operatore e parte osservata, alla differenza tra i valori effettivi del misurando materializzato in ciascuna delle parti osservate; si noti che i primi tre contributi sono da attribuirsi al processo di misurazione, mentre l'ultimo è una conseguenza del metodo di osservazione, che si basa sull'utilizzazione di più parti differenti tra loro. Per poter valutare le singole influenze separatamente sono necessarie ulteriori elaborazioni che devono essere riportate nella tabella riepilogativa di Figura 6.

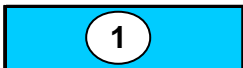
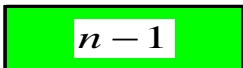


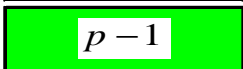
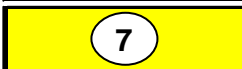

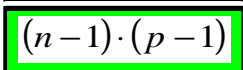



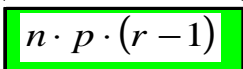



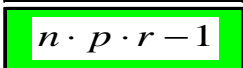
effetto	somme quadratiche	gradi di libertà	medie quadratiche	F Test
riproducibilità operatore				
influenza delle parti				
interazione operatore/parte				
ripetibilità residua				
totale				

Fig. 6. Metodo ANOVA. Elaborazione dei dati

Dove:

1	Somma dei quadrati delle n caselle $y_{i,0,0}$ divisa per $p \cdot r$, meno il quadrato della casella $y_{0,0,0}$ diviso per $n \cdot p \cdot r$	$SQ_0 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_{i,0,0}^2}{p \cdot r} - \frac{y_{0,0,0}^2}{n \cdot p \cdot r} \right)$
2	Somma dei quadrati delle p caselle $y_{0,j,0}$ divisa per $n \cdot r$, meno il quadrato della casella $y_{0,0,0}$ diviso per $n \cdot p \cdot r$	$SQ_p = \sum_{j=1}^p \left(\frac{y_{0,j,0}^2}{n \cdot r} - \frac{y_{0,0,0}^2}{n \cdot p \cdot r} \right)$
3	Somma dei quadrati delle $n \cdot p$ caselle $y_{i,j,0}$ divisa per r , meno il quadrato della casella $y_{0,0,0}$ diviso per $n \cdot p \cdot r$, meno i contenuti delle caselle 1 e 2	$SQ_{O/P} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p \left(\frac{y_{i,j,0}^2}{r} - \frac{y_{0,0,0}^2}{n \cdot p \cdot r} \right) - SQ_0 - SQ_p$
5	Somma dei quadrati delle $n \cdot p \cdot r$ caselle $y_{i,j,k}$ meno il quadrato della casella $y_{0,0,0}$ diviso per $n \cdot p \cdot r$	$TSQ = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^r \left(y_{i,j,k}^2 - \frac{y_{0,0,0}^2}{n \cdot p \cdot r} \right)$
4	Il contenuto della casella 5 meno i contenuti delle caselle 1 , 2 e 3	$SQ_{rip.} = TSQ - SQ_0 - SQ_p - SQ_{O/P}$

Inoltre:

6	Il contenuto della casella 1 diviso per il corrispondente grado di libertà $(n-1)$	$MQ_0 = \frac{SQ_0}{n-1}$
7	Il contenuto della casella 2 diviso per il corrispondente grado di libertà $(p-1)$	$MQ_p = \frac{SQ_p}{p-1}$
8	Il contenuto della casella 3 diviso per il corrispondente grado di libertà $(n-1) \cdot (p-1)$	$MQ_{O/P} = \frac{SQ_{O/P}}{(n-1) \cdot (p-1)}$
9	Il contenuto della casella 4 diviso per il corrispondente grado di libertà $n \cdot p \cdot (r-1)$	$MQ_{rip} = \frac{SQ_{rip}}{n \cdot p \cdot (r-1)}$

A	Il contenuto della casella 8 diviso per il contenuto della casella 9	$F_0 = \frac{MQ_{O/P}}{MQ_{rip}}$
B	Il valore della funzione F [vedi Appendice] calcolato per $n_1 = (n-1) \cdot (p-1)$ e $n_2 = n \cdot p \cdot (r-1)$, con livello di confidenza $(1-a)$	$F(n_1, n_2, 1-a)$

Il Test F serve per stabilire se l'eventuale contributo alla variabilità del processo di misurazione legato a una interazione tra l'operatore e le parti osservate è significativo oppure trascurabile. In particolare, se

$$F_0 \leq F(n_1, n_2, 1-a)$$

il contributo è trascurabile. Si pone

$$SQ_{add} = SQ_{rip} + SQ_{O/P}$$

$$MQ_{add} = \frac{SQ_{add}}{n \cdot p \cdot r - n - p + 1}$$

e si calcolano, in termini di scarto tipo sperimentale, l'indicatore della riproducibilità rispetto all'operatore:

$$s_{riproducibilità} = \sqrt{\frac{MQ_O - MQ_{add}}{n \cdot r}}$$

e l'indicatore della ripetibilità residua:

$$s_{ripetibilità} = \sqrt{MQ_{add}}$$

Nel caso, peraltro piuttosto inconsueto, che il contributo di interazione tra l'operatore e le parti osservate non sia trascurabile, si avrà:

$$F_0 > F(n_1, n_2, 1 - \alpha)$$

e si dovranno calcolare, in termini di scarto tipo sperimentale, l'indicatore della riproducibilità rispetto all'operatore:

$$s_{riproducibilità} = \sqrt{\frac{MQ_O - MQ_{O/P}}{n \cdot r}}$$

l'indicatore della ripetibilità residua:

$$s_{ripetibilità} = \sqrt{MQ_{rip}}$$

e l'indicatore dell'interazione tra l'operatore e le parti misurate:

$$s_{O/P} = \sqrt{\frac{MQ_{O/P} - MQ_{rip}}{r}}$$